CRECIMIENTO CON SECTOR TECNOLÓGICO

INTRODUCCIÓN

Conocimiento técnico:

- No rivalidad
- Excluibilidad limitada
- Sólo se produce una vez: coste fijo + coste variable nulo
- Bien que incorpora innovación: coste fijo + coste variable pequeño
- Precio > coste marginal $\Rightarrow$ competencia imperfecta

Dos corolarios:

- Necesidad de defensa de propiedad intelectual (patentes)
- En ausencia de otras trabas, la difusión del conocimiento técnico sólo tendría la restricción temporal de las patentes
    - pero no se observa que la difusión experimente esa intensidad
        - escasez de **destrezas** y de **INCENTIVOS**

SECTOR TECNOLGICO PROPIO

Modelo:

$$Y = K^{\alpha}\left(A\left(1-a_N\right)N\right)^{1-\alpha}$$
$$\dot{A} = B\left(a_N N\right)^{\rho} A^{\theta}\ ; \qquad O<\rho<1\ ; \quad \theta>0$$
$$\dot{K} = sY - \delta K$$
$$\dot{N} = nN$$

La producción de conocimiento $\dot{A}$ depende de su nivel y de la cantidad de recursos humanos dedicados al sector tecnológico. Estos tienen una elasticidad (***ρ***) menor que 1 por varias causas (duplicidades, etc.).

Solución:

$$\gamma_K \equiv \frac{\dot{K}}{K} = sK^{\alpha-1}\left(A\left(1-a_N\right)N\right)^{1-\alpha} - \delta$$
$$\gamma_A \equiv \frac{\dot{A}}{A} = B\left(a_N N\right)^{\rho} A^{\theta-1}$$

Reordenado y tomando logs.:

$$\ln\left(\gamma_K+\delta\right) = \ln C_K + \left(1-\alpha\right)\left(\ln A + \ln N - \ln K\right)\ ; \qquad C_K \equiv s\left(1-a_N\right)^{1-\alpha}$$
$$\ln\gamma_A = \ln C_A + \rho\ln N + \left(\theta-1\right)\ln A\ ; \qquad C_A \equiv B a_N{}^{\rho} \qquad [1]$$

En EE $\gamma_K = cte$, $\gamma_A = cte$. Derivando respecto al tiempo en EE:

$$0=(1-\alpha)\left(\gamma_A^{\ *}+n-\gamma_K^{\ *}\right)$$
$$0=\rho n+(\theta-1)\gamma_A^{\ *}$$

Cuya solución es:

$$\gamma_A^{\ *}=\frac{\rho n}{1-\theta} \quad ; \qquad \gamma_K^{\ *}=\frac{\rho n}{1-\theta}+n$$

- Solución estable si θ < 1, y explosiva si θ ≥ 1. (Ver Figuras 4.1)
- Tasa de crecimiento de renta per cápita : $\gamma_y^{\ *}=\gamma_A^{\ *}=\dfrac{\rho n}{1-\theta}$
- Comentario sobre *n* en tasa de crecimiento de *y*.
- ¿Hay rendimientos a escala constantes o crecientes? En EE:

$$Y=K^{\alpha}\left(A(1-a_N)N\right)^{1-\alpha}$$
$$\frac{\dot{A}}{A}=B(a_N N)^{\rho}A^{\theta-1}=\frac{\rho n}{1-\theta}; \qquad O<\rho<1; \quad 1>\theta>0$$

$$Y=(1-a_N)^{1-\alpha}\left[\frac{(1-\theta)Ba_N{}^{\rho}}{\rho n}\right]^{\frac{1-\alpha}{1-\theta}}K^{\alpha}\,N^{(1-\alpha)\frac{\rho+1-\theta}{1-\theta}}$$

Hay rendimientos crecientes porque los exponentes de K y N suman más que 1:

Si $q \equiv \frac{\rho+1-\theta}{1-\theta} > 1$, entonces suma de exponentes es mayor que 1 y la condición se cumple:

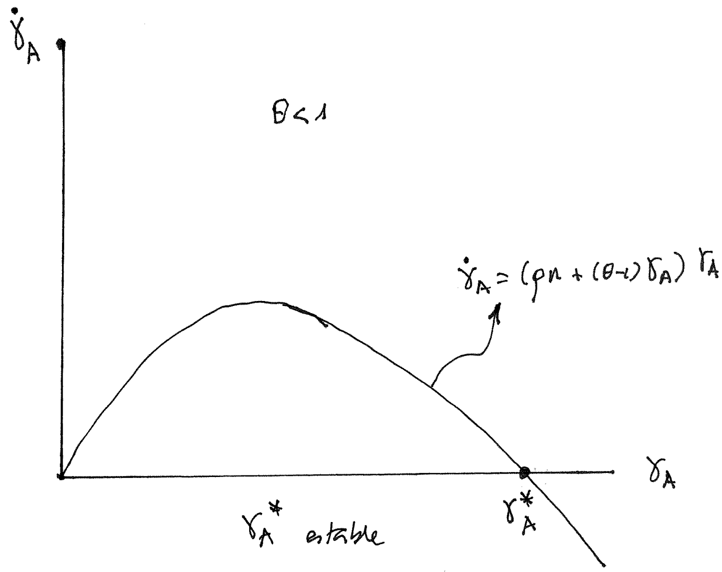
$$\alpha + (1-\alpha)q > 1 \rightarrow (1-\alpha)q > 1-\alpha$$

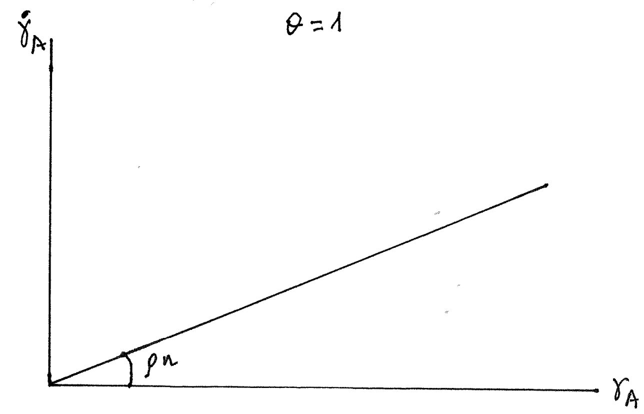
Por otra parte, si derivamos respecto al tiempo la segunda ecuación de [1]

$$\frac{\dot{\gamma}_A}{\gamma_A} = \rho n + (\theta - 1)\gamma_A$$

Que podemos representar en las figuras 4.1 para distintos valores de θ

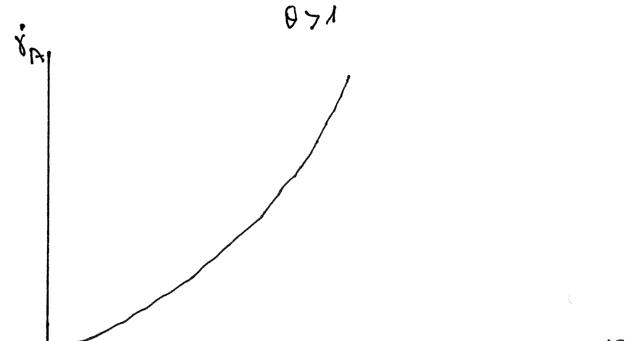
FIGURAS 4.1





No
Existe EE →

→ crecimiento explosivo



FRONTERA TECONOLÓGICA EXTERIOR

$$Y_t = K_t^{\alpha} \left(h_t N_t\right)^{1-\alpha}$$

$$\frac{\dot{h}}{h} = Be^{\psi u} \left(\frac{A_t}{h_t}\right)^{\varphi}$$

$$\dot{K}_t = sY_t - \delta K_t$$

$$\frac{\dot{N}}{N} = n \; ; \qquad \frac{\dot{A}}{A} = g$$

h = rango de técnicas que población activa utiliza; $h \leq A$.
A es frontera tecnológica que crece a tasa (exógena para el país modelizado) ***g***.

Ritmo de crecimiento de ***h*** aumenta con educación (***u***) y decrece con cercanía a frontera tecnológica (***A*)**.

B y φ son los parámetros que indican como un país de determinado nivel educativo es capaz de ir absorbiendo la técnicas disponibles en el mundo.

Solución del Modelo:

$$\gamma_K = sK_t^{\alpha-1} h_t^{1-\alpha} N_t^{1-\alpha} - \delta$$

$$\gamma_h = Be^{\psi u} \left(\frac{A_t}{h_t}\right)^{\varphi}$$

Tomando logs.:

$$\ln\left(\gamma_K+\delta\right)=\ln s+\left(\alpha-1\right)\ln K_t+\left(1-\alpha\right)\left(\ln h_t+\ln N_t\right)$$
$$\ln\gamma_h=\ln B+\psi u+\varphi(\ln A_t-\ln h_t)$$

Derivando respecto del tiempo en EE:

$$0=\gamma_h{}^*+n-\gamma_K{}^*$$
$$0=\varphi\left(g-\gamma_h{}^*\right)$$

Cuya solución es:

$$\gamma_h{}^*=g$$
$$\gamma_K{}^*=\gamma_h{}^*+n=g+n$$

En EE distancia a frontera constante: $\left(\dfrac{A}{h}\right)^*=cte.$

Renta per cápita en el Estado Estacionario:

Definimos las variables: $\tilde{y}=\dfrac{Y}{hN}$; $\tilde{k}=\dfrac{K}{hN}$

$$\tilde{y}_t=\tilde{k}_t{}^{\alpha}$$
$$\dot{\tilde{k}}=s\,\tilde{y}_t-\left(n+\delta+\gamma_h\right)\tilde{k}_t$$

En EE ya sabemos que $\gamma_h=g$, por lo que formalmente es igual al modelo de Solow:

$$\tilde{k}^* = \left[\frac{s}{n+\delta+g}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad ; \quad \tilde{y}^* = \left[\frac{s}{n+\delta+g}\right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

La Renta per cápita en el Estado Estacionario será:

$$y_t^* = \tilde{y}^* h_t^*,$$

pero en EE:

$$\frac{\dot{h}}{h} = g \quad \rightarrow \quad h_t^* = \left[\frac{B}{g} e^{\psi u}\right]^{\frac{1}{\varphi}} A_t$$

$$y_t^* = \left[\frac{s}{n+\delta+g}\right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \left[\frac{B}{g} e^{\psi u}\right]^{\frac{1}{\varphi}} A_t$$

Expresiones en tiempo discreto

Estado Estacionario:

$$\tilde{k}^* = \left[\frac{s}{(1+n)(1+g)-(1-\delta)}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \qquad y_{Ct}^* = \left[\frac{s}{(1+n)(1+g)-(1-\delta)}\right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} h_t$$

$$\left(\frac{h}{A}\right)^* = \left[\frac{B}{g} e^{\psi u}\right]^{\frac{1}{\varphi}}$$

Dinámica:

$$\tilde{k}_t(1+n)(1+\gamma_h)=s\tilde{k}^{\alpha}{}_{t-1}+(1-\delta)\tilde{k}_{t-1}$$

$$h_t=h_{t-1}(1+Be^{\psi u}\left(\frac{A_{t-1}}{h_{t-1}}\right)^{\varphi})$$

(¡ojo! γ_h sólo es igual a g en EE)

Para el Ejercicio 3 de la Tarea 4

$$\ln\frac{y_1}{y_2}=\frac{\alpha}{1-\alpha}\ln\frac{s_1}{s_2}+\ln\frac{h_1}{h_2}$$

$$\ln\frac{h_1}{h_2}=\frac{\psi}{\varphi}(u_1-u_2);\quad cuando\,\varphi\ comun$$

$$\ln\frac{h_1}{h_2}=\ln\frac{B}{g}\left(\frac{1}{\varphi_1}-\frac{1}{\varphi_2}\right)+\psi\left(\frac{u_1}{\varphi_1}-\frac{u_2}{\varphi_2}\right);\quad cuando\,\varphi\ diferente$$